

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

A₁ Μέτρα θέσης είναι: Διάμεσος - μέση τιμή - επικρατούσα τιμή
 Μέτρα διασποράς είναι: Διακύμανση - εύρος - τυπική απόκλιση

A₂ Ορίζουμε $f_i = \frac{v_i}{v}$, $i = 1, 2, \dots, k$

Έχουμε $f_1 + f_2 + \dots + f_k = \frac{v_1}{v} + \frac{v_2}{v} + \dots + \frac{v_k}{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_k}{v} = \frac{v}{v} = 1$

B₁ 1 Α
 2 Δ
 3 Β

B₂ α - Λάθος
 β - Λάθος
 γ - Λάθος

ΘΕΜΑ 2ο

α) Είναι $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$
 Το πρόσημο της $f'(x)$ φαίνεται στον πίνακα:

X	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
f'	+	0	-	0
		+		+

Η f έχει τοπικό μέγιστο στο $\rho_1 = -3$ και τοπικό ελάχιστο στο $\rho_2 = 1$.

β) Πρέπει $f(-3) = 3 f(1)$
 ή $27 + \alpha^2 - 4\alpha = 3(-5 + \alpha^2 - 4\alpha)$
 ή $2\alpha^2 - 8\alpha - 42 = 0$
 ή $\alpha^2 - 4\alpha - 21 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 7 \quad \text{ή} \quad \alpha = -3$

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της f είναι $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$

1ος τρόπος: Το τριώνυμο $3x^2 + 6x - 9$ με $a = 3 > 0$ έχει ελάχιστο για

$$x = -\frac{\beta}{2\alpha} \Leftrightarrow x = -1$$

2ος τρόπος: Θα βρούμε, αν η $f'(x)$ έχει ελάχιστο.

$$\text{Είναι } (f'(x))' = f''(x) = 6x + 6$$

Το πρόσημο της $(f'(x))'$ είναι:

X	$-\infty$	-1	$+\infty$
$(f'(x))'$	-	0	+

Για $x = -1$ ο ρυθμός μεταβολής της f γίνεται ελάχιστος.

ΘΕΜΑ 3ο

α) Είναι: $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$

ή $P(A) = P(A-B) + P(A \cap B)$

ή $P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{3}{10}$

β) Είναι: $P(B'-A) = P(B') - P(B' \cap A)$

ή $P(B'-A) = 1 - P(B) - P(A \cap B)$

ή $\frac{1}{2} = 1 - P(B) - \frac{1}{4}$

ή $P(B) = \frac{1}{4}$

γ) Ζητούμε την πιθανότητα $P[(A-B) \cup (B-A)]$

Αφού τα ενδεχόμενα $A-B$, $B-A$ είναι ασυμβίβαστα, από τον απλό προσθετικό νόμο έχουμε:

$$P[(A-B) \cup (B-A)] = P(A-B) + P(B-A)$$

$$= \frac{1}{4} + P(B) - P(B \cap A)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α) Είναι $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{v} = \frac{4 + 4,3 + 8,3 + 8,7 + 7,3}{5} = 6,52$

Και $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{v} = \frac{24 + 25 + 28 + 29 + 32}{5} = 27,6$

β) Σε κάθε αύξηση του αριθμού των ανέργων κατά 1 εκατοντάδα χιλιάδες = 100.000, ο αριθμός των ανέργων ευξάνεται κατά $\hat{\beta}$ εκατοντάδες.

Άρα $\hat{\beta} = 1,11$ (111=1,11 εκατοντάδες).

Ακόμα, το σημείο (\bar{x}, \bar{y}) επαληθεύει την $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$

Άρα $27,6 = \hat{\alpha} + 1,11 \cdot 6,52$ ή $\hat{\alpha} = 20,3628$

Οπότε $\hat{y} = 20,3628 + 1,11x$

γ) Είναι $7,3 + 7,3 \cdot 10\% = 8,03$

Η τιμή $x = 8,03$ ανήκει στο διάστημα τιμών $[4, 8, 7]$ της X , οπότε η πρόβλεψη είναι εφικτή.

$$\hat{y} = 20,3628 + 1,11 \cdot 8,03 \cong 29,27$$

Άρα ο αριθμός των εγκληματικών ενεργειών το 1998 εκτιμάται σε 29,27 εκατοντάδες = 2.927

δ) Η εκτίμηση αυτή δεν είναι δυνατόν να γίνει, γιατί με την $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ γίνεται εκτίμηση μόνο της τιμής της Y από την τιμή της X .